112

JEANNETTE MONGINI

OSSERVATORIO ASTRONOMICO
di TORINO
MISCELLANEA
Categoria 10
N. di Inv.
Posizione

RICERCHE

SULLE

OSSERVAZIONI DI LATITUDINE

DI

PINO TORINESE

(Estratto dall'*Annuario Astronomico* per l'anno 1923)

TORINO
TIPOGRAFIA S. GIUSEPPE DEL COLLEGIO DEGLI ARTIGIANELLI

1919

misc-B 27,25

JEANNETTE MONGINI

RICERCHE

SULLE

OSSERVAZIONI DI LATITUDINE

DI

PINO TORINESE

(Estratto dall'*Annuario Astronomico* per l'anno 1923)

TORINO
TIPOGRAFIA S. GIUSEPPE DEL COLLEGIO DEGLI ARTIGIANELLI

1919

RICERCHE SULLE OSSERVAZIONI DI LATITUDINE
DI PINO TORINESE

Nota di Jeannette Mongini.

Preliminari.

Per gentile concessione del Direttore del R. Osservatorio di Pino Torinese ho avuto tutta l'opportunità di consultare i registri di osservazione relativi alla determinazione sistematica della latitudine che si esegue in detto Osservatorio e me ne sono valsa per fare ricerche principalmente sulla costante di aberrazione annua e sulla nutazione diurna dello sferoide terrestre.

Si tratta di osservazioni continue di quattro stelle zenitali delle quali dò qui le coordinate per il 1915,0.

	grandezza	α	δ
β Aurigae	2.1	$5^h.53^m.17^s$	$44^\circ.56'.24''$
ψ Ursae Majoris . .	3.2	11 .4 .53	44 .57 .35
δ Cygni	3.0	19 .42 .19	44 .55 .21
α Cygni	1.3	20 .38 .32	44 .58 .33

Le osservazioni sono state eseguite col metodo di Struve, in primo verticale, dallo stesso Direttore dell'Osservatorio Prof. Giovanni Boccardi e dai suoi assistenti; ma sono state ricondotte tutte al sistema Boccardi per eliminare l'equazione personale.

Questo lavoro sistematico è stato cominciato fin dal 18 maggio 1912: ma per consiglio del Direttore la serie adottata per le mie ricerche comincia con l'uso del nuovo strumento dei passaggi del Bamberg, cioè dal 13 dicembre 1912 e va fino al 30 marzo 1917, comprendendo

398	osservazioni	complete	di	β Aurigae
396	»	»	»	ψ Ursae
445	»	»	»	δ Cygni
541	»	»	»	α Cygni

Dirò in seguito che non ho usufruito di tutte le osservazioni qui enumerate, perchè ho escluso quelle fatte in pieno giorno.

Si deve tener presente che sopra ogni osservazione influiscono:

1° la lenta variazione della latitudine con periodo di Chandler;
2° la variazione lunare;
3° l'errore della declinazione δ delle stelle;
4° l'effetto della parallasse delle stelle;
5° l'errore residuale sul moto proprio;
6° l'equazione di luce (di cui qui appresso);
7° l'errore della costante di aberrazione;
8° la nutazione diurna.

I.

Per fare ricerche sull'aberrazione e sulla nutazione diurna devo eliminare le altre cause perturbatrici: e poichè devo necessariamente paragonare le latitudini φ, ottenute con stelle molto differenti in ascensione retta, dal confronto di tali valori a due a due resta eliminata la variazione di Chandler, che corrisponde alla polodia principale e che influisce nello stesso modo su tutte le stelle.

II.

Converrà prendere in considerazione l'effetto della variazione lunare, luminosamente messa in evidenza dagli studi del Prof. Boccardi.

Si tratta di una variazione a corto periodo, che si è andata confermando nelle osservazioni di latitudine dell'Osservatorio di Pino e in modo speciale nella serie fatta con infinite precauzioni su δ Cygni dal 4 luglio al 10 settembre 1918. La variazione osservata è circa 10 volte maggiore di quella calcolata, come si può constatare dal diagramma da me tracciato per una Nota del Prof. Boccardi e pubblicato nel *Bulletin Astronomique* del novembre 1918.

Queste deviazioni dovute all'influsso lunare, per luoghi poco elevati sul livello del mare e alla latitudine di 45°, si calcolano con la formola (*):

$$\frac{3}{2}\,\frac{M'}{M}\,\frac{R^3_{m}}{\Delta^3}\,(\cos^2\delta\cos^2 t - \sin^2\delta)$$

(*) Data dal Prof. Boccardi.

dove t è l'angolo orario, δ la declinazione della Luna, M ed M' le masse della Terra e della Luna rispettivamente, R_m il raggio terrestre medio e Δ la distanza del centro della Luna da quello della Terra nell'istante dell'osservazione. Se fosse costante il rapporto tra il valore calcolato per questa variazione e quello risultante dalle osservazioni, si potrebbe eliminarla diffalcandola dai valori della latitudine dati dalle quattro stelle; ma poichè risulta che può essere eguale a 9, 10 e perfino 11 volte quella calcolata, si sarebbe incerti sul valore da adottare.

Però, come si vede dalla formola, per ciascuna delle quattro stelle l'effetto dell'azione lunare nello spazio di 14 giorni circa è press'a poco lo stesso. Perciò ho fatto per ogni stella le medie dei valori ottenuti con essa per la latitudine in tale intervallo di tempo: *queste medie non sono esenti dalla variazione lunare ma ne sono affette nello stesso modo*, e sono quindi paragonabili per la ricerca di altre cause di variazione (aberrazione, nutazione diurna, ecc.) perchè sulle differenze rimane appunto l'effetto di queste cause.

III.

Nei calcoli di riduzione sono state adottate le declinazioni prese dal catalogo fondamentale di Newcomb perchè con esse vi era minore disaccordo tra i valori delle latitudini medie dati dalle 4 stelle. Si ha però ancora un disaccordo notevolissimo, una contraddizione inammissibile nei valori corrispondenti a δ e ad α Cygni che si seguono a soli 56^m d'intervallo. Ora, per due stelle tanto vicine non si può giustificare tale differenza ricorrendo all'aberrazione, all'equazione di luce, alla rifrazione cosmica e ad altre cause funzioni del tempo, tra cui la nutazione diurna: nè si può ricorrere all'equazione di grandezza, o meglio di splendore, perchè con l'uso dei diaframmi si è ottenuto che stelle di grandezza diversa assumessero aspetto identico.

Bisogna dunque tener conto dell'imperfezione dei cataloghi stellari e ricorrere a osservazioni più recenti. L'accordo migliore si è ottenuto col catalogo di Bauschinger; da esso si son prese le declinazioni (medie di tutte le osservazioni) per la loro epoca media e si son riportate al 1915,0 con i movimenti proprî di Newton (con che si ammettono ben conosciuti i moti proprî). L'errore sistematico di questo catalogo, che dà le δ troppo grandi, sparisce quando si lavora sulle differenze delle φ per le diverse stelle.

In base ad osservazioni più recenti avute da Washington, ho dedotto ancora per β Aurigae e per δ Cygni una correzione alle δ di Bauschinger per il 1915,0 rispettivamente di $+ 0'',096$ e di $- 0'',045$, in attesa di poter avere posizioni più esatte anche per ψ Ursae e per α Cygni.

IV e V.

Della parallasse di queste stelle non mi devo occupare perchè ricerche speciali hanno condotto a valori nulli o contradditorî.

Quanto alla correzione dei moti proprî sarebbe un'assurda pretesa il credere di eliminarla con osservazioni estendentisi a pochi anni.

VI.

Le differenti condizioni di luce in cui si osservano le stelle modificano i valori che si ottengono per la latitudine ed è ormai accertato che le osservazioni di giorno sono affette da cause di errore che conducono ad un valore di φ troppo piccolo. Non avendo un'espressione analitica precisa di questa causa di errore, funzione della distanza della stella dal sole (e che si potrebbe chiamare equazione di luce) la quale si verrebbe ad innestare con quella possibile per la costante di aberrazione, mi sono attenuta esclusivamente ad osservazioni notturne.

*
* *

Eliminate così le variazioni fin qui considerate col confronto a due a due dei valori della latitudine dati dalle 4 stelle negli stessi periodi di 14 giorni e attenendomi a sole osservazioni notturne, restano da considerare il possibile errore della costante di aberrazione annua e la variazione dovuta alla nutazione diurna.

È noto che il valore adottato per la costante K di aberrazione nella Conferenza di Parigi nel 1896 è di 20",47, valore sul quale rimane ancora una incertezza che può giungere a ± 0",03, per cui rimane aperto il campo alle ricerche della piccola correzione —ΔK di questa costante (*).

Quindi ho dovuto tener conto anche di questa incognita.

Ora, mentre l'aberrazione ha periodo annuo, la teoria dà per la fase della nutazione diurna un periodo di 305 giorni siderei. Dato che questo periodo è calcolato in base a varie ipotesi (tra cui la rigidità della Terra e una diseguaglianza quasi trascurabile tra i valori di A, B, C, dei momenti principali d'inerzia e quindi il valore piccolissimo del rapporto $\frac{C - A}{C}$), può sorgere legittimo il dubbio che risulti per questa nutazione

(*) Con ΔK indico l'errore.

un disaccordo tra il periodo *calcolato* e il periodo *osservato* come è avvenuto per il ciclo euleriano.

Tuttavia, appunto per verificare se sono compatibili i risultati delle osservazioni con quelli ottenuti con le formole, ho assunto il periodo teorico. Tra questo e quello dell'aberrazione vi sono due mesi di differenza per cui (salvo nei rari casi di temporanee coincidenze le cui date non sono prevedibili a priori e che si potranno constatare quando si abbiano per le costanti cercate valori abbastanza prossimi al vero), i massimi ed i minimi dei loro influssi cadono in epoche diverse; e mentre per gli stessi mesi e per una data stella l'effetto dell'aberrazione è sempre lo stesso, per la nutazione diurna no.

Ispirandomi a quello che si è fatto per la determinazione della massima parte delle ineguaglianze lunari, ho cercato separatamente i valori approssimati tanto per la correzione della costante di aberrazione quanto per le costanti della nutazione diurna.

Ricerche sulla costante di aberrazione.

Si sa che lo spostamento di aberrazione in declinazione è

$$\Delta\delta = -20'',47 \cos\odot \cos\varepsilon (\operatorname{tg}\varepsilon \cos\delta - \sin\alpha \sin\delta) - 20'',47 \sin\odot \cos\alpha \sin\delta$$

e ponendo

$$(a) \qquad \begin{aligned} b \sin B &= + \sin\alpha \sin\delta \cos\varepsilon - \cos\delta \sin\varepsilon \\ b \cos B &= - \cos\alpha \sin\delta \end{aligned}$$

si ottiene

$$\Delta\delta = Kb \sin(\odot + B)$$

dove $K = 20'',47$ e $\odot$ è il valore della longitudine vera del sole in un certo istante.

Se in una prima approssimazione si ritiene l'effetto della nutazione diurna inferiore a quello d'imperfezione della costante di aberrazione, specialmente se si scelgono stelle per le quali i coefficienti di aberrazione sono notevolmente diversi, le differenze $\varphi_1 - \varphi_2$ fra i valori osservati in una data epoca rappresentano le differenze fra gli errori che affettano le effemeridi per aver adottato il valore $20'',47$, errori che si riproducono integralmente sulle latitudini calcolate con queste δ erronee (*).

Ottengo così equazioni della forma

$$[b_1 \sin(\odot + B_1) - b_2 \sin(\odot + B_2)]\, \Delta K = \varphi_1 - \varphi_2$$

(*) Per stelle vicinissime allo zenit.

dove b_1, B_1, b_2 e B_2 sono le costanti date dalle (*a*) rispettivamente per stelle che dànno, nel periodo considerato, i valori φ_1 e φ_2 per la φ.

ΔK rappresenta l'errore, eguale e di segno contrario alla correzione cercata della costante K.

Naturalmente per stelle aventi la stessa declinazione e poco differenti in ascensione retta, l'ammontare dell'aberrazione è quasi identico e non si può sperare di ottenere la correzione alla costante K dal loro confronto. Così non sarebbe accettabile la coppia α, δ Cygni, che differiscono soltanto di un'ora di ascensione retta. I valori di *b* e *B* per il 1915,0, epoca media delle osservazioni adoperate, sono:

	b	B
β Aurigae . . .	0,3666	93°,2
ψ Ursae	0,6980	349°,5
δ Cygni	0,9182	250°,6
α Cygni	0,9018	240°,0

Dò nella tavola seguente, in corrispondenza della data media di ciascun periodo, nella 1ª e 2ª colonna i valori $b \sin(\odot + B)$ per le quattro stelle distribuite nei 5 accoppiamenti: ψ — β, δ — β, δ — ψ, α — β, α — ψ (indicandole per brevità con le semplici lettere greche che le caratterizzano); nella 3ª colonna dò le differenze a due a due di questi valori che sono i coefficienti *C* delle equazioni di condizione; nella 4ª i termini noti, differenze dei valori di φ in secondi.

GRUPPO ψ — β.

T			b sin (⊙ + *B*)			
			ψ	β	C	n
1912	Dicembre	19	—0,6806	+0,0057	—0,6863	+0″,151
1913	Gennaio	2	—0,6977	+0,0961	—0,7938	+0 ,033
	»	16	—0,6716	+0,1805	—0,8521	+0 ,107
	»	30	—0,6044	+0,2533	—0,8577	+0 ,176
	Febbraio	13	—0,5021	+0,3099	—0,8120	+0 ,224
	»	27	—0,3699	+0,3481	—0,7180	+0 ,170
	Marzo	13	—0,2157	+0,3656	—0,5813	+0 ,012
	Dicembre	4	—0,6134	—0,0937	—0,5197	+0 ,274
1914	Gennaio	1	—0,6979	+0,0881	—0,7860	+0 ,288
	»	29	—0,6122	+0,2472	—0,8594	+0 ,166
	Febbraio	12	—0,5195	+0,3025	—0,8220	+0 ,223
	Dicembre	3	—0,6075	—0,0998	—0,5077	—0 ,103
	»	17	—0,6732	—0,0103	—0,6629	—0 ,117
1915	Gennaio	14	—0,6795	+0,1659	—0,8454	—0 ,165
	»	28	—0,6191	+0,2415	—0,8606	—0 ,018

1915	Marzo	11	—0,2410	+0,3643	—0,6053	+0″,027
	Aprile	8	+0,0911	+0,3418	—0,2507	+0 ,031
	Dicembre	16	—0,6692	—0,0179	—0,6513	—0 ,003
	»	30	—0,6474	+0,0725	—0,7699	+0 ,104
1916	Gennaio	13	—0,6827	+0,1590	—0,8417	+0 ,195
	»	27	—0,6262	+0,2353	—0,8615	+0 ,151
	Febbraio	10	—0,5307	+0,2972	—0,8279	+0 ,236
	Marzo	23	—0,0911	+0,3645	—0,4556	+0 ,216
	Aprile	6	+0,0765	+0,3445	—0,2680	+0 ,049

GRUPPO δ — β.

T			b sin (⊙ + *B*) δ	b sin (⊙ + *B*) β	C	n
1913	Novembre	20	+0,7176	—0,1766	+0,8242	—0″,116
1914	»	24	+0,8713	—0,3657	+1,2370	+0 ,045
1915	Aprile	8	—0,9180	+0,3418	—1,2598	—0 ,227
	Settembre	9	+0,7683	—0,3604	+0,1287	+0 ,069
	Novembre	18	+0,7419	—0,1905	+0,9324	—0 ,256
	Aprile	20	—0,9011	+0,3050	—1,2061	—0 ,079

GRUPPO δ — ψ.

T			b sin (⊙ + *B*) δ	b sin (⊙ + *B*) ψ	C	n
1913	Aprile	10	—0,7984	—0,2467	—0,5517	—0″,228
	Maggio	8	—0,8085	+0,4220	—1,2305	—0 ,192
	»	22	—0,6845	+0,5401	—1,2246	—0 ,150
1915	Aprile	8	—0,9180	+0,0911	—1,0091	—0 ,278
1916	»	20	—0,9011	+0,2387	—1,1398	—0 ,028
	Maggio	4	—0,8342	+0,3862	—1,2204	—0 ,101
	»	18	—0,7216	+0,5113	—1,2329	—0 ,164

GRUPPO α — β.

T			b sin (⊙ + *B*) α	b sin (⊙ + *B*) β	C	n
1913	Ottobre	23	+0,9018	—0,3068	+1,2086	—0″,046
	Novembre	20	+0,7962	—0,1766	+0,9728	—0 ,161
1915	»	18	+0,8139	—0,1905	+1,0044	—0 ,055

GRUPPO α — ψ.

T			b sin (⊙ + B) α	ψ	C	n
1913	Maggio	8	—0,8591	+0,4220	—1,2811	—0″,060
	»	22	—0,7713	+0,5401	—1,3114	—0 ,149
1914	»	7	—0,8646	+0,4102	—1,2748	—0 ,129
1916	»	18	—0,7991	+0,5113	—1,3104	+0 ,001

Giunta a questo punto ho creduto bene di non procedere subito alla risoluzione delle equazioni, perchè conviene ricordare che il 2° membro di dette equazioni è affetto dai piccoli errori delle declinazioni delle stelle paragonate, errore che si può ritenere costante, ammessi ben conosciuti i moti proprî.

Ho cercato di eliminarli col procedimento seguente:

Indicando con

φ^{I} la latitudine che si dovrebbe avere all'epoca t^{I};

φ_1^{I} » osservata all'epoca t^{I} con una 1ª stella;

φ_2^{I} » » » » 2ª »

$\Delta\delta_1$ l'errore residuale sulla declinazione della 1ª stella;

$\Delta\delta_2$ » » » » » 2ª »

a_1^{I} il coefficiente di aberrazione annua per la 1ª stella nell'epoca t^{I};

a_2^{I} » » » 2ª » »

ΔK l'errore residuale sulla costante di aberrazione;

si ha per l'epoca t^{I}:

$$\varphi^{I} + \Delta\delta_1 + a_1^{I}\, \Delta K = \varphi_1^{I}$$
$$\varphi^{I} + \Delta\delta_2 + a_2^{I}\, \Delta K = \varphi_2^{I}$$

da cui, sottraendo

$$(1) \qquad \Delta\delta_1 - \Delta\delta_2 + (a_1^{I} - a_2^{I})\, \Delta K = \varphi_1^{I} - \varphi_2^{I}$$

e per l'epoca t^{II} si ha similmente

$$(2) \qquad \Delta\delta_1 - \Delta\delta_2 + (a_1^{II} - a_2^{II})\, \Delta K = \varphi_1^{II} - \varphi_2^{II}$$

Sottraendo (2) da (1) sparisce la differenza fra gli errori residuali delle declinazioni, la quale si può ritenere costante per tutte le epoche (con ciò si ammette ben noto il moto proprio di ogni stella) e ponendo

$$A = (a_1^{I} - a_2^{I}) - (a_1^{II} - a_2^{II})$$
$$\Delta\Phi = (\varphi_1^{I} - \varphi_2^{I}) - (\varphi_1^{II} - \varphi_2^{II})$$

si ottiene

$$A\,\Delta K = \Delta\Phi$$

da cui si ricava il valore dell'errore ΔK.

Restano così eliminate le incognite relative alla declinazione delle stelle. Se II è l'epoca immediatamente seguente ad I, A è piccolissimo a $\Delta\Phi$ pure: per evitare questo grave inconveniente bisognerebbe che fra I e II intercorresse una frazione di anno f il più possibile vicina a 6 mesi, oppure un numero intero di anni più f.

Però in pratica non posso disporre (specialmente per il passaggio diurno) di latitudini attendibili e che siano separate da tale intervallo di tempo. Restano solo i confronti tra periodi vicini che, anche combinati in tutti i modi possibili per evitare che l'arbitrarietà degli accoppiamenti porti a conclusioni contradditorie, danno coefficienti tanto piccoli che ho dovuto rinunciare a questo tentativo di eliminazione di errore: e quindi ho dovuto rassegnarmi a dedurre la costante dell'aberrazione col metodo ovvio, nel quale però si subiscono gli effetti dell'incertezza della declinazione, sperando un compenso nel numero delle stelle.

Dalla risoluzione delle equazioni del quadro precedente si ottiene:

GRUPPO	ΔK		
ψ — β	— 0″,144	numero di equazioni	24
δ — ψ	+0 ,150	» »	7
δ — β	+0 ,007	» »	6
α — β	—0 ,082	» »	3
α — ψ	+0 ,065	» »	4

Dalla contraddizione tra i segni di ΔK, secondo che la ψ figura da minuendo oppure da sottraendo, si intuisce che la correzione della declinazione della ψ debba essere positiva.[1])

La coppia δ, β, composta di stelle corrette secondo osservazioni recenti porta ad una correzione piccolissima: ma è da notare che il numero delle equazioni di questo gruppo è insufficiente perchè se ne ottenga un risultato attendibile.

Ritenendo che si abbia un compenso nell'insieme, risolvo l'equazione che si ottiene sommando a membro a membro tutte le equazioni dei singoli gruppi [dopo di aver cambiato i segni ai due membri di tali equazioni quando ciò è necessario perchè l'incognita abbia il massimo coefficiente possibile].

Ottengo così

$$(\alpha) \qquad 39{,}3275\,\Delta K = -1'',163$$

[In]fatti in seguito a comunicazioni recentissime dell'osservatorio di Washington risulta
[co]rrezione a Bauschinger per ψ Ursae +0″,032.

da cui

$$\Delta K = -0'',028$$

risultato che in valore assoluto si deve ritenere più grande del vero perchè la correzione presunta a δ di ϕ renderebbe più piccolo in valore assoluto il termine noto dell'equazione (α).

Assumerò perciò per ΔK il valore $-0'',020$ e quindi come correzione alla costante di aberrazione

$$-\Delta K = +0'',020.$$

Ricerca delle costanti della nutazione diurna.

Ottenuto tale valore per ΔK ho corretto in conseguenza le φ, in base ai rispettivi coefficienti dell'aberrazione, per procedere alla più complessa ricerca delle costanti che figurano nella formola della nutazione diurna.

È noto che per passaggi al meridiano detta formola diventa

(1) $$\mu \cos(\theta' + \nu)$$

dove μ è il raggio dell'epiciclo descritto sul piano tangente dall'estremità dell'asse d'inerzia intorno al polo di rotazione, ν è una costante, arco corrispondente a un istante dato, θ' è l'arco descritto con la velocità angolare della nutazione diurna durante il tempo sidereo θ trascorso da quell'istante (*).

Sia ν_0 la fase al periodo zero (assumendo per ν il valore corrispondente alla data media del periodo considerato).

Allora nel periodo successivo si avrà per ν il valore ν_1, diverso da ν_0, e accettando dalla teoria il periodo di 305 giorni siderei o 303, 68 giorni medî, perchè ν ritorni al valore iniziale posso calcolare la variazione di ν dalla data media del 1° periodo a quella del periodo successivo.

L'incremento giornaliero di ν è dato da

$$\frac{360^\circ}{303,68} = 1^\circ,1854584$$

e dopo l'intervallo di 14 giorni che si ha tra le due date medie dei periodi

---

(*) Se dalle osservazioni risulta una variazione diurna di φ della forma qui sopra indicata, si potrà spiegarla sia con una nutazione per traslazione dell'asse *OC*, sia con uno spostamento di nutazione diurna dell'asse *OI* sullo sferoide maggiore di quello dato dalla teoria, sia con entrambe queste cause.

da me scelti in base alla variazione lunare, ν aumenta di $16^{\circ},5964176$; perciò se ν_0 corrisponde al periodo zero, ν_1 al periodo 1 e così via, si ha

$$\nu_1 = \nu_0 + 16^{\circ},5964176$$
$$\nu_2 = \nu_0 + 2 \times 16^{\circ},5964176$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$\nu_n = \nu_0 + n \times 16^{\circ},5964176$$

Questi valori ho sostituito nella formola (1) in corrispondenza ai successivi periodi considerati. Se θ' fosse eguale al tempo sidereo θ, supponendo cioè eguale ad 1 la velocità angolare della nutazione diurna, e prendendo come origine dei tempi il passaggio di β Aurigae, l'argomento della (1) per le stelle considerate in una data epoca sarebbe il seguente:

Per	β Aurigae	ν_n
»	ψ Ursae	$\nu_n + 77^{\circ}.54'$
»	δ Cygni	$\nu_n + 207^{\circ}.15'$
»	α Cygni	$\nu_n + 221.18'$

tali essendo gli intervalli di tempo, trasformati in arco, tra β Aurigae e le stelle successive.

Ma tenendo conto che la velocità angolare della nutazione diurna è eguale a 1,1854584 si hanno per l'argomento della (1) al periodo n i valori (arrotondati al decimo di grado):

Per	β Aurigae	ν_n
»	ψ Ursae	$\nu_n + 78^{\circ},3$
»	δ Cygni	$\nu_n + 207,9$
»	α Cygni	$\nu_n + 222.$

Avrò dunque per una prima stella e per un dato periodo.

$$(1) \qquad \varphi' + \mu \cos \nu' = \varphi'_1$$

dove φ' è la latitudine che si dovrebbe avere all'istante senza nutazione diurna; φ'_1 la latitudine osservata; $\nu' = \nu_0 + a$ dove a è una costante che dipende dall'ascensione retta della stella e dal periodo considerato; e per una seconda stella avrò parimenti, nello stesso periodo (*)

$$(2) \qquad \varphi' + \mu \cos(\nu' + b) = \varphi'_2$$

e sottraendo la (2) dalla (1) si ottiene:

$$\mu [\cos \nu' - \cos(\nu' + b)] = \varphi'_1 - \varphi'_2 .$$

(*) Non tenendo conto dell'errore residuale delle declinazioni.

Confrontando così fra di loro latitudini ottenute con due diverse stelle nella stessa epoca si perviene ad un certo numero di equazioni di condizione, dalle quali si possono ricavare i valori di μ e di ν_0.

Per risolverle ho pensato di cercare un valore approssimato delle incognite per un periodo in cui si abbia la latitudine data da tre stelle il che fornisce due equazioni con due incognite del tipo

$$(3) \qquad \begin{aligned} \mu\,[\cos \nu' - \cos(\nu' + b)] &= \varphi'_1 - \varphi'_2 = n \\ \mu\,[\cos \nu' - \cos(\nu' + c)] &= \varphi'_1 - \varphi'_3 = n' \end{aligned}$$

dove ancora b e c sono costanti dipendenti dal periodo scelto e dalle ascensioni rette delle stelle.

Questo sistema di equazioni trascendenti si può risolvere per tentativi: a tal fine, dividendo le (3) a membro a membro ottengo:

$$(4) \qquad \frac{\cos \nu' - \cos(\nu' + b)}{\cos \nu' - \cos(\nu' + c)} = \frac{n}{n'},$$

e si cerca allora l'arco ν' che soddisfa la relazione (4) tenendo però conto che il numeratore e il denominatore della 1ª frazione devono avere rispettivamente lo stesso segno di n e di n', dato che μ per sua natura è essenzialmente positivo. Sostituendo poi il valore ottenuto per ν' in una delle (3) se ne ricava μ.

Ora, per quanto si è premesso, in corrispondenza ai periodi in cui posso formare un sistema del tipo (3) dovrei ottenere uno stesso valore per $\nu_0 = \nu' - a$ e corrispondente al periodo iniziale: invece si ottengono per ν_0 valori diversi, compresi fra 2° e 146°!

L'errore inevitabile di ogni osservazione, l'imperfetta conoscenza dell'equazione personale, l'influsso delle condizioni atmosferiche (già attenuato dal fatto che l.o calcolato le medie dando peso minore ai valori che troppo si scostavano dall'andamento generale), non sono sufficienti a giustificare queste contraddizioni. Converrà ricercarne la causa nell'aver adottato il periodo teorico, che, per le ipotesi su cui si fonda, dà ragione di dubitare della sua attendibilità.

Il periodo teorico si riflette sull'argomento $(\nu + \theta')$ in due modi:

1° sulla variazione calcolata per ν nei successivi periodi;

2° sulla correzione che si deve fare a θ per avere θ'.

Data l'incertezza che resta sul periodo della nutazione diurna si può assumere, in una prima approssimazione, $\theta = \theta'$.

Ritenendo dunque ν funzione del tempo, secondo una legge sconosciuta, risolvo separatamente i sistemi di equazioni del tipo (3) e per ciascuno di essi trovo un valore di μ e di ν. E mentre μ deve risultare

costante, dall'andamento delle variazioni di ν posso desumere la durata del periodo in discussione.

Poichè i termini noti di questi sistemi di equazioni sono dati da medie non assolutamente garantite, dovendo qualche volta per assumere 3 stelle contemporaneamente accettare anche osservazioni quasi diurne, sebbene ancora a notevole distanza dal sole, debbo vagliare i risultati, non tenendo conto delle soluzioni che si manifestano non accettabili o perchè μ risulta troppo grande data l'ampiezza di queste nutazioni, o perchè i valori di ν sono tali da interrompere ogni continuità di ciclo.

I valori che mi sembrano degni di considerazione sono i seguenti:

			ν	μ	
1913	Maggio	22	305°	0″,09	provenienti dalle coppie ψ-δ, ψ-α
1914	»	7	291	0 ,08	
1915	Marzo	25	280°	0 ,20	» » » β-ψ, β-α
1916	»	23	273	0 ,14	

Da questi valori risulterebbe per ν una variazione con periodo spiccatatamente annuo; dovendo μ essere costante e tenendo conto dell'approssimazione delle soluzioni, potrò assumere il valore medio dei quattro ottenuti, il che mi dà $\mu = 0'',127$ valore già trovato dal Prof. Boccardi mediante la media di tutte le osservazioni (*Bulletin Astronomique*, Novembre 1918). Egli però non ha introdotto la correzione di aberrazione, assumendo senz'altro $k = 20'',47$, cosa che io non potevo fare perchè ho utilizzato le osservazioni solo di una determinata parte dell'anno.

Risulta dunque evidente l'accenno ad una variazione diurna della latitudine dovuta ad una polodia secondaria (secondo l'espressione del Prof. Boccardi) nel senso diretto e della forma $\mu \cos (\theta + \nu)$, dove μ è costante e l'argomento varia col tempo per ogni stella, ma in capo ad un anno riprende gli stessi valori. Se così è questa nutazione viene ad avere lo stesso periodo dell'aberrazione: ma ciò non intralcerebbe le due ricerche, data la differenza dei coefficienti.

Pino Torinese, Dicembre 1919.

JEANNETTE MONGINI.